

עבודת ק"ץ במתמטיקה למסיימי כיתה ח' לתלמידים העולים לכיתה ט'

הקבצה א' מואצת

תלמידים יקרים,

ברכות לרגל סיום שנת הלימודים תשפ"ג
כדי לעזור ולהקל את כניסתכם לכיתה ט', מצורפת העבודה הבאה.

העבודה תעשה במחברת חדשה.

יש להקפיד על העתקת שרטוטים בגיאומטריה ועל פתרון מסודר של התרגילים.
בתחילת השנה יתקיים מבדק על עבודה זו והציון יהווה 10% מהציון של מחצית א'.
תלמידים שנכשלו בסוף כיתה ח' ומעוניינים להישאר בהקבצה א' צריכים לעבור מבחן מעבר. פתירת
עבודה זו יכולה לעזור להם להצליח במבחן.

היי נראית לי עבודה ארוכה מאוד. כותבת היכן אפשר להוריד ולהקל קצת.

נושאים למבחן מעבר/ מבדק תחילת שנה העולים לכיתה ט'

חקירה מלאה של פונקציה קו ישר, שטחים מורכבים, משוואות במשתנה אחד כולל **משוואה** עם
מכנה מספרי, מערכת משוואות בשני משתנים, משפט פיתגורס, בעיות אחוזים, אי שוויונות, טכניקה
אלגברית- חוק הפילוג מורחב, הוצאת גורם משותף, פתירת משוואה על הוצאת גורם משותף,
משולש שווה שוקים, בעיות תנועה.

הוכחות בגיאומטריה: הכוללות חפיפת משולשים, משולש שווה שוקים, דלתון, דמיון משולשים

הכנה ראווה של העבודה תבטיח לכם הצלחה במבחן.

עבודה פורייה וחופשה נהדרת,

צוות המתמטיקה

חלק א - משוואות ואי שוויונות מורידה במשוואות עם המכנה אפשר רק את החלק הראשון

1. פתרו את המשוואות הבאות :

$$א. \quad \frac{4x-1}{5} - \frac{6x-1}{10} = 0$$

$$ב. \quad \frac{4x+1}{3} - \frac{7x-2}{6} - \frac{x+7}{2} = 0$$

$$ג. \quad -\frac{x-7}{5} - \frac{4x-3}{2} + 4 = \frac{7x-15}{20}$$

$$ד. \quad \frac{2(x-5)}{7} - \frac{3(x-1)}{5} = \frac{5-3x}{10}$$

$$ה. \quad \frac{2x+6}{8} - \frac{x-5}{2} = 3 - \frac{x-1}{4}$$

$$א. \quad 7 = 3 - \frac{12}{x}$$

$$ב. \quad \frac{3}{x} - \frac{5}{8x} + \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

$$ג. \quad \frac{2-3x}{2x+1} = -\frac{4}{5}$$

$$ד. \quad \frac{7}{x} = \frac{3}{x+2}$$

$$ה. \quad \frac{8}{3x+1} - \frac{14}{5x-2} = 0$$

$$ו. \quad \frac{x-2}{12x} - \frac{3x+2}{6x} = -\frac{1}{2}$$

2. פתרו את מערכות המשוואות הבאות :

$\begin{cases} 3(x-3) - 4y = 1 \\ 4(x-y) - (2x+5) = y-3 \end{cases} \quad \text{ד.}$	$\begin{cases} 4x - 3y = 20 \\ x - 5y = 5 \end{cases} \quad \text{ב.}$	$\begin{cases} 6x + 7y = -1 \\ -5x - 8y = 3 \end{cases} \quad \text{א.}$
$\begin{cases} \frac{x}{9} - \frac{y}{6} = 1 \\ \frac{x}{15} + \frac{y}{4} = 2 \end{cases} \quad \text{ה.}$	$\begin{cases} \frac{3x}{4} - \frac{2y}{7} = 1 \\ 2y - 3x = 2 \end{cases} \quad \text{ז.}$	$\begin{cases} \frac{x}{2} + y = -2 \\ x - \frac{y}{3} = 3 \end{cases} \quad \text{ו.}$
$\begin{cases} \frac{x-5}{4} + \frac{y+6}{5} = 2 \\ \frac{x+7}{3} - \frac{y-4}{8} = 4 \end{cases} \quad \text{י.}$	$\begin{cases} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 1 \\ 3x + 4y = 6 \end{cases} \quad \text{י.}$	$\begin{cases} \frac{x-3}{5} + \frac{y+3}{4} = 2 \\ 4x + 3y = 27 \end{cases} \quad \text{ט.}$
$\begin{cases} \frac{2x-3y}{3} - \frac{2x-5y}{7} = 1 \\ \frac{2x-y}{2} - \frac{3x-y}{5} = 1 \end{cases} \quad \text{יג.}$		$\begin{cases} \frac{x+2}{5} - \frac{y-4}{3} = 2 - \frac{x}{4} \\ \frac{x+6}{2} = 11 - \frac{y+2}{3} \end{cases} \quad \text{יב.}$

תשובות : א. (1, -1) ב. (5, 0) ד. (4, 2) ז. (4, 7) ח. (15, 4) ט. (3, 5) י. אינסוף פתרונות יא. (5, 4) יב. (8, 10) יג. אין פתרון.

3. פתרו את אי השוויונות הבאים והציגו את הפתרון על ציר המספרים. **מוסיפה עוד אי שיוויונות פשוטים** יותר

$\frac{2(x-1)}{5} - \frac{3(1+2x)}{7} \geq \frac{x+1}{5} - x \quad \text{ב.}$	$3(5x-3) - (x-7) \cdot 2 \leq 5(2x+3) \quad \text{א.}$
$\frac{2x-1}{5} - \frac{4x+7}{10} \geq -1 \quad \text{ד.}$	$4(x-2) + 3x < 2(4x-3) - (x+2) \quad \text{ג.}$

תשובות: א. $x \geq -2.5$ ב. $x \geq 3$ ג. אין פתרון. ד. אינסוף פתרונות.

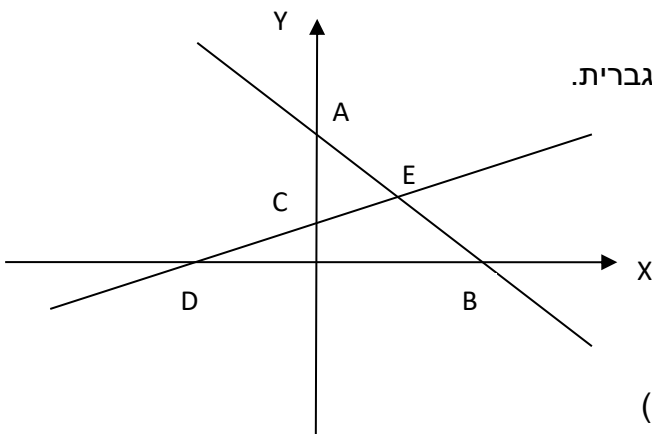
4. פתרו את המשוואות:

א $(x+4)(x+1) = x - (x-2)(2-x)$	ו $12 - x(x-3) = (6-x)(x+2)$
ב $5 + x^2 = (x+1)(x+6)$	ז $(3x-2)(x+4) - 3(x+5)(x-1) = 0$
ג $2x(x-8) = (x+1)(2x-3)$	ח $x^2 + x(6-2x) = (x-1)(2-x) - 2$

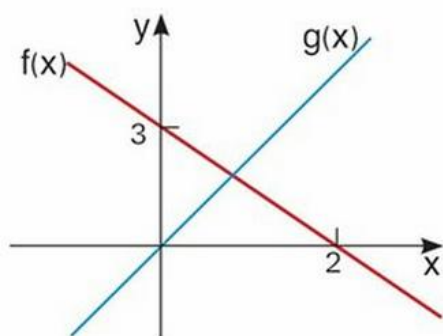
חלק ב - הפונקציה הקווית

1. מהי משוואת הישר העובר דרך הנקודה $(0, -4)$ ושיפועו $\frac{1}{3}$?
2. א. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות $(1, 7)$, $(-4, 2)$.
ב. מצאו את נקודות החיתוך של הישר עם הצירים.
3. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודה $(3, 2)$ ושיפועו -2 .
הישר חותך את ציר x בנקודה A ואת ציר y בנקודה B .
א. מצאו את שיעורי נקודות A ו- B ואת שטח והיקף המשולש המתקבל.
ב. מצאו את נקודת החיתוך של הישר שמצאתם בסעיף א' עם הישר $y = 4x - 10$.
ג. מצאו ישר המקביל לישר הנתון וחתוך את ציר x בנקודה $(-4, 0)$.

4. נתונות הפונקציות הבאות:



- א. התאימו לכל ישר את הפונקציה הכתובה בצורה אלגברית.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודות: A, B, C, D, E .
- ג. מצאו תחום בו $g(x) > f(x)$.
- ד. מצאו תחום בו $f(x) < g(x)$.
- ה. מצאו את שטחי המשולשים: ACE, BDE, ABO .
(O ראשית הצירים)
- ו. מצאו היקף משולש ABO (העזרו במשפט פיתגורס)
- ז. מצאו נקודה על הישר CD ששיעור ה- y שלה כמו הנקודה A .



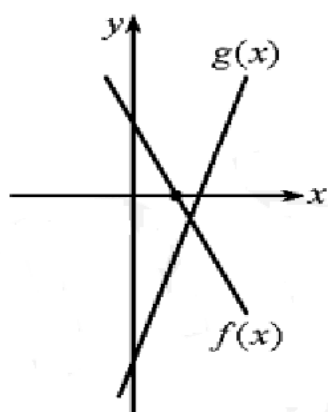
5. לפניכם שרטוט של שתי פונקציות קוויות במערכת צירים.

א. מצאו את התחום שבו $f(x) > 0$

ב. התחום שבו $g(x) < 0$

ג. הישרים נפגשים בנקודה $(1, 2)$.

רשמו את התחום בו $f(x) > g(x)$



6. בשרטוט שלפניכם נתונות הפונקציות הבאות:

$$f(x) = -2x + 3$$

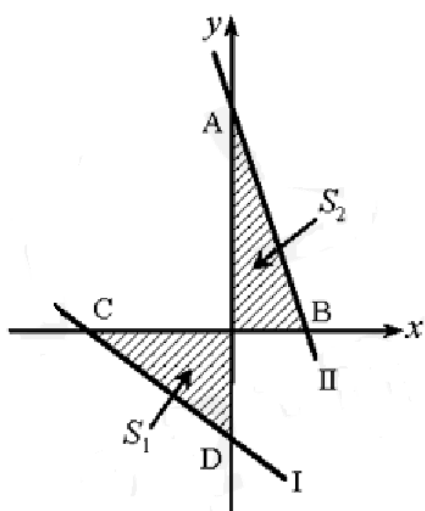
$$g(x) = 3x - 7$$

א. מצאו את הנקודה שבה $f(x) = 0$.

ב. מצאו את התחום שבו $f(x) < 0$.

ג. מהו x עבורו מתקיים $f(x) = g(x)$?

ד. באיזה תחום מתקיים $f(x) > g(x)$?



7. בשרטוט שלפניכם נתונות הפונקציות הבאות:

$$f(x) = -\frac{3}{4}x - 6$$

$$g(x) = -3x + 12$$

א. התאימו לכל פונקציה את הגרף שלה.

ב. חשבו את סכום השטחים המקווקווים.

ג. האם הגרפים של הפונקציות נפגשים?

אם כן – באיזו נקודה?

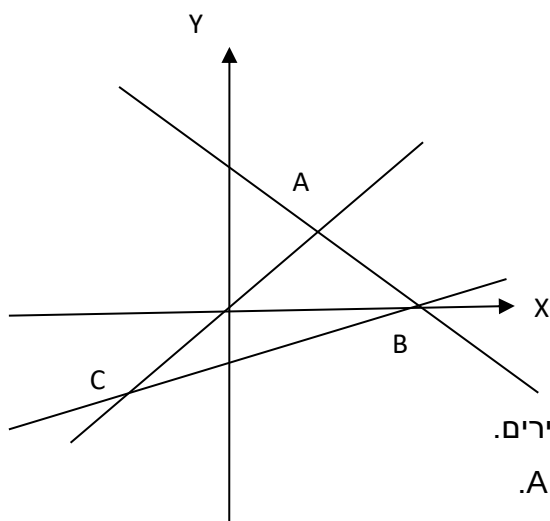
ד. מצאו את היקף המצולע ABDC

8. בשרטוט מתוארים 3 גרפים של הפונקציות הבאות:

$$y = 2x$$

$$y = 3 - x$$

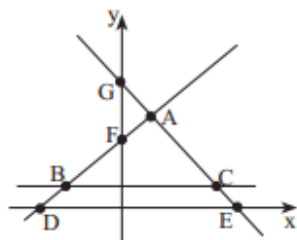
$$y = \frac{1}{2}x - 1\frac{1}{2}$$



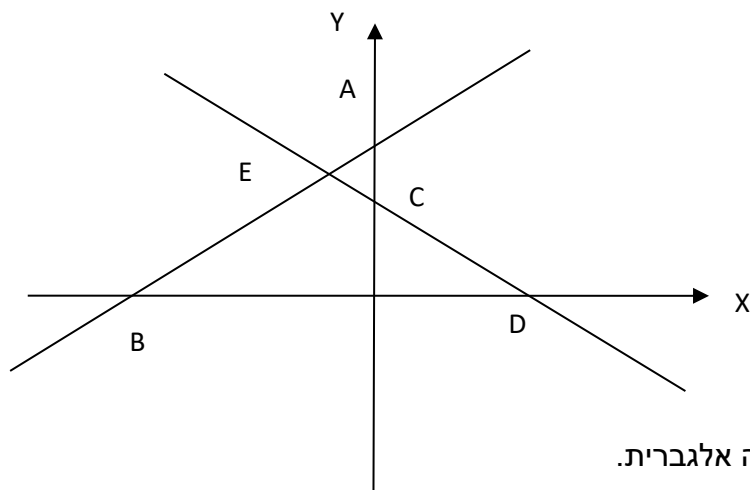
- א. התאימו בין הגרף לפונקציה.
- ב. מצאו שטח משולש ABC
- (הדרכה: חלקו אותו לשני משולשים)
- ג. מצאו משוואת ישר המקביל לישר AB ועובר בראשית הצירים.
- ד. מצאו משוואת ישר המקביל לישר BC ועובר דרך הנקודה A.

9.

הישרים המסורטטים הם הגרפים של הפונקציות: $h(x) = 1$, $g(x) = -\frac{1}{2}x + 5$, $f(x) = \frac{3}{4}x + 3$



- א. התאימו לכל ישר את משוואתו.
- ב. מצאו את שיעורי הנקודות A, B ו-C.
- ג. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודה F ומקביל לישר GC.
- ד. עבור אילו ערכי x מתקיים $f(x) > 0$?
- ה. עבור אילו ערכי x מתקיים $f(x) > g(x)$?
- ו. מצאו את שטח המשולש ΔABC .
- ז. דרך הנקודה F העבירו ישר המקביל ל-BC. סרטטו את הישר ומצאו את משוואתו.
- ח. הישר שמצאתם בסעיף ז' חותך את הישר GC בנקודה M. מצאו את שיעורי הנקודה M ואת שטח המשולש ΔAFM .
- ט. איזה מרובע הוא המרובע BFMC? מצאו את שטחו (היעזרו בסעיפים ו' - ח').



10. נתונות הפונקציות הבאות:

$$f(x) = -\frac{1}{2}x + 3$$

$$g(x) = x + 9$$

- א. התאימו לכל ישר את הפונקציה הכתובה בצורה אלגברית.
- ב. מצאו תחום בו $g(x) > f(x)$.
- ג. מצאו תחום בו $f(x) < g(x)$.
- ד. מצאו את שטחי המשולשים: ACE, BDE, ABO.
- (O ראשית הצירים)
- ה. מצאו היקף משולש ABO (העזרו במשפט פיתגורס)

חלק ג – שאלות מילוליות

1. בישוב "ארבלים" מספר התלמידים הלומדים בחטיבת הביניים גדול ב 20% ממספר התלמידים הלומדים בתיכון. בתיכון ובחטיבת הביניים ביחד לומדים 660 תלמידים. כמה תלמידים בתיכון וכמה בחטיבת הביניים?

2. במיכל היו 70 ליטר דלק. ביום הראשון השתמשו בכמות מסוימת של הדלק. ביום השני השתמשו בכמות הקטנה ב 15% מהכמות שהשתמשו ביום הראשון. ביום השלישי השתמשו בכמות הגדולה ב 65% מהכמות שהשתמשו ביום הראשון, ואז התרוקן המכל. באיזו כמות דלק השתמשו בכל יום?

3.

בתחילת השנה היו בכיתה 26 תלמידים. במהלך השנה נוספו תלמידים לכיתה. בסוף השנה היו 39 תלמידים בכיתה. בכמה אחוזים גדל מספר תלמידי הכיתה? הסבירו את דרך הפתרון שלכם.

4. אב חילק x ש"ח בין שלושת בניו. הבכור קיבל 36% מהסכום. האח האמצעי קיבל 41% מהסכום. ההתחלתי והאח הקטן קיבל את 138 השקלים הנותרים. מהו הסכום שקיבל האח הבכור? מהו הסכום שקיבל האח האמצעי? (הביעו באמצעות x)

5. בשק היו 27 כדורים, חלקם אדומים וחלקם לבנים. מספר הכדורים האדומים היה גדול ב- 25% ממספר הכדורים הלבנים. כמה כדורים מכל צבע היו בשק?

6.

מספר התלמידים בכיתה ח/2 גדול ב- 6 ממספר התלמידים בכיתה ח/1. 10% מתלמידי כיתה ח/1 ו- 25% מתלמידי כיתה ח/2 לא הביאו אישור לטיול. סך-כל הילדים שלא הביאו אישור משתי הכיתות הוא 12. כמה תלמידים יש בכל אחת מהכיתות?

7.

על המדף מונחות 60 חולצות בצבעים כחול ולבן. ביום מסוים נמכרו 60% מהחולצות הלבנות ו- 20% מהחולצות הכחולות. בסך-הכול נמכרו 20 חולצות. כמה חולצות מכל צבע היו על המדף?

חלק ד - טכניקה אלגברית

1.

פרקו לגורמים את הביטויים הבאים על-ידי הוצאת גורם משותף שלם מחוץ לסוגריים (אם ניתן).

$4b - 24c =$	(ג) $8a - 8c =$	(א) $19x + 19b =$
$-36a - 6b + 66c$	(ו) $50a - 75b + 5c =$	(ד) $33a - 11b =$
$4xy + 2ab + 144ac =$	(ט) $\frac{1}{2}a - \frac{2}{3}b =$	(ז) $-9b + 10c =$

2.

(פרקו לגורמים את הביטויים הבאים על-ידי הוצאת גורם משותף שלם מחוץ לסוגריים (אם ניתן).

$-6x + 16y =$	(ב) $2a - 4b + 12c =$	(א) $9xy - 21bc + 24xa =$
$6a - 8b + 30c =$	(ד) $2x^2 - 7x + 9xa =$	(ג) $77ay - 35b + 14c =$
$5b^2 - 5b + 15 =$	(ו) $8xy - 16x^2z + 24xp =$	(ה) $-xa - xb + c =$
$6a^2 - 16a =$	(ח) $-22pb + 33b - 77mb =$	(ז) $-3x^2y + 24xy - 15x =$
$10x^2 - 150x =$	(יב) $-28xa + 21xy =$	(יא) $10x^2 - 150x =$
$-28xa + 21xy =$	(יד) $-28xa + 21xy =$	(יג) $-28xa + 21xy =$

3.

(פתרו את המשוואות הבאות.

בדקו שהפתרונות שקיבלתם מקיימים את המשוואה הנתונה.

$0 = 20c^2 - 4c$	(ג) $7x - x^2 = 0$	(א) $x^2 - 100x = 0$
$-15x^2 + 25x = 0$	(ו) $0 = -x - 9x^2$	(ד) $24a^2 - 36a = 0$
$15b + 5b^2 = 0$	(ט) $-28a - 14a^2 = 0$	(ז) $0.4a^2 - 36a = 0$

4. בשרטוט שני מלבנים.

$x + 2$

ב

 $x + 6$

$\times$

א

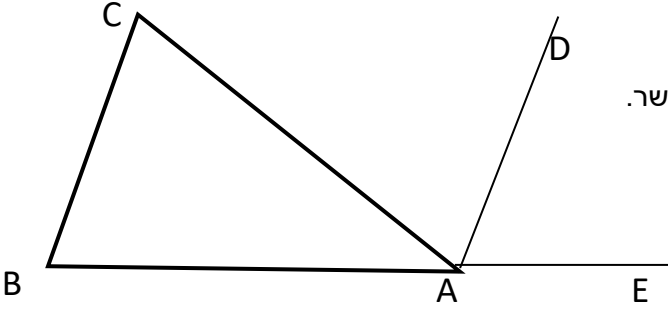
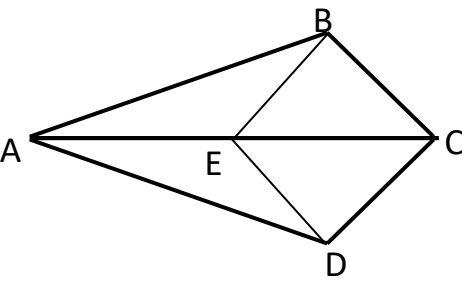
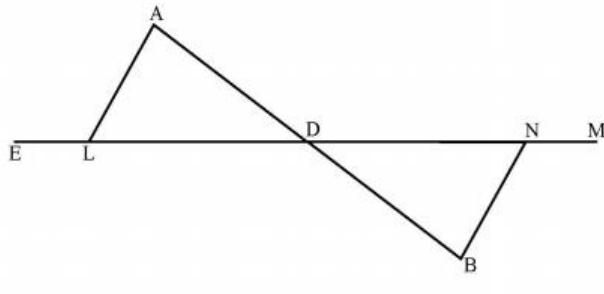
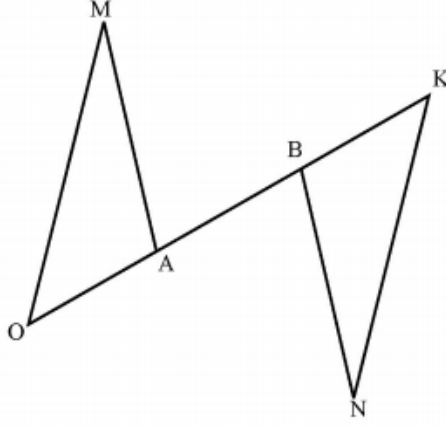
 $x + 6$

א. רשמו ביטוי לשטח כל מלבן.

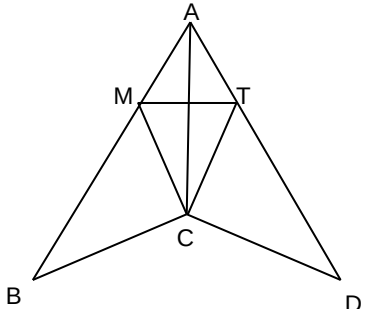
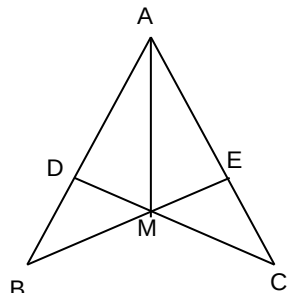
ב. שטח מלבן ב גדול משטח מלבן א ב- 32 סמ"ר.

רשמו משוואה, פתרו ומצאו אורכי צלעות המלבנים.

חלק ה - גיאומטריה

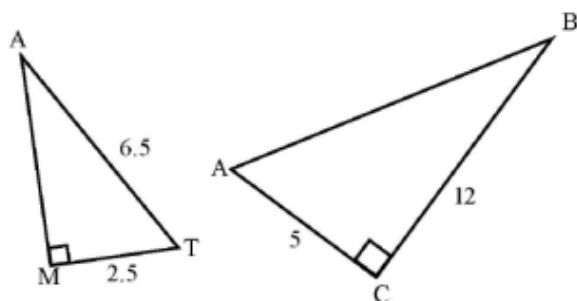
1. המשולש ABC הוא משולש שווה שוקים ($AB = AC$). $AD \parallel BC$ הנקודות A, B ו- E נמצאות על אותו ישר. הוכיחו כי AD חוצה $\angle CAE$. 	
2. מרובע BCDE דלתון. EC אלכסון ראשי. הנקודה A נמצאת על המשך האלכסון. הוכיחו כי המרובע ABCD דלתון. 	
3. נתון: AB ו- EM קווים ישרים. $\angle ELA = \angle MNB$ $AL = BN$ הוכיחו כי המשולשים שבסרטוט חופפים. 	
4. נתון: $MO \parallel KN$ $OB = AK$ $\angle MAB = \angle NBA$ הוכיחו: $\triangle DMA \cong \triangle KNB$ 	

נתון: הוכיחו: א. משולשים CKF ו-ANE חופפים. עוד נתון: F אמצע הצלע DC. E אמצע הצלע AB. הוכיחו: ב. $AB = DC$ ג. $\angle D = \angle B$	5.
ABCD הוא דלתון. H, G הן נקודות על האלכסון המשיני כך ש $BG = HD$. הוכיחו: המרובע AGCH הוא דלתון.	6.
בדלתון ABCD ($AB = AD$, $BC = CD$) האריכו את הקטע BC עד לנקודה M, האריכו את הקטע CD עד לנקודה T כך ש $BM = DT$. הוכיחו: א. $CM = CT$ ב. $\triangle ATD \cong \triangle AMB$ ג. דלתון AMCT ד. $AC \perp MT$	7.
משולש EFB D, C, A נקודות על הצלעות EF, BF, EB בהתאמה. $BD \perp EF$ BD חוצה זווית B $AC \parallel EF$ הוכיחו: א. משולש EBF הוא משולש שווה שוקיים ב. משולש ABC הוא משולש שווה שוקיים ג. מרובע ABCD דלתון.	8.

	9 במרובע ABCD הקטע AC חוצה זווית A $AC \perp MT$ M, T נקודות על הצלעות AB, AD בהתאמה נתון: $BM = DT$ הוכיחו: א. המרובע AMCT דלתון ב. $BC = CD$	9
	10 הקטעים DC, BE נחתכים בנקודה M כך ש- $\angle BDC = \angle CEB$, $DM = EM$ א. הוכיחו: $BM = CM$ ב. עוד נתון: $AB = AC$ הוכיחו: המרובע ABMC דלתון. ג. הוכיחו: המרובע ADME דלתון.	10

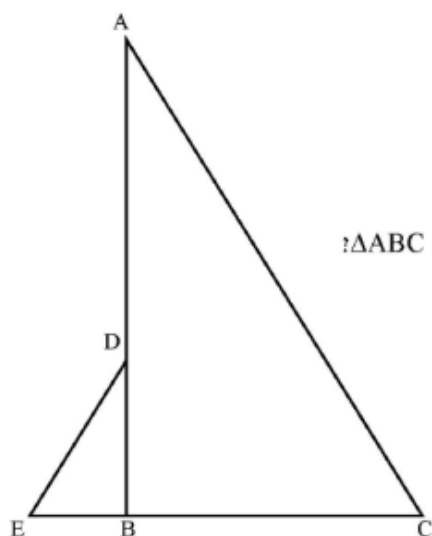
דמיון משולשים :

1.



- נתונים שני משולשים דומים.
- א. רשמו את דמיון המשולשים תוך הקפדה על סדר האותיות של הקדקודים.
- ב. השלימו את אורכי הצלעות החסרות:
 $AM = \underline{\hspace{2cm}}$, $EB = \underline{\hspace{2cm}}$
- ג. מהו יחס הדמיון?
- ד. מהו היחס $\frac{S_{\Delta AMT}}{S_{\Delta BCE}}$?

2.



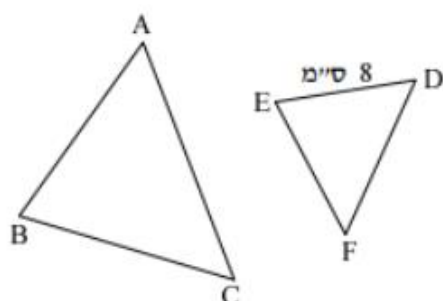
נתון:

$\triangle ABC$ ו- $\triangle DBE$,

$AB \perp CE$, $\angle C = \angle E$, $AD = 2BD$

- האם המשולשים דומים?
- אם המשולשים דומים, ציינו את יחס הדמיון.
- מהו היחס בין שטח המשולש $\triangle DBE$ לבין שטח המשולש $\triangle ABC$?

3.



נתונים שני משולשים דומים $\triangle ABC \sim \triangle DEF$.

היקף $\triangle ABC$ הוא 36 ס"מ.

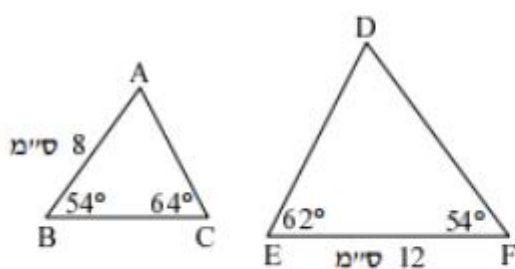
היקף $\triangle DEF$ הוא 24 ס"מ.

(א) נתון: $DE = 8$ ס"מ.

מהי הצלע המתאימה לה, במשולש האחר?

(ב) מהו אורכה?

4.



(א) הסבירו מדוע המשולשים

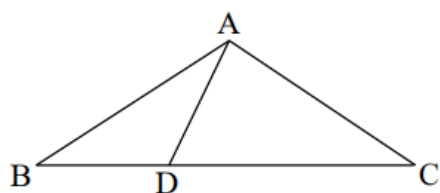
בסרטוט משמאל דומים.

(ב) מהו היחס בין שטח $\triangle DEF$

לשטח $\triangle ABC$?

נמקו.

5.



הנקודה D נמצאת על הבסיס BC במשולש שווה השוקיים

$\triangle ABC$. נתון: $BD = AD$.

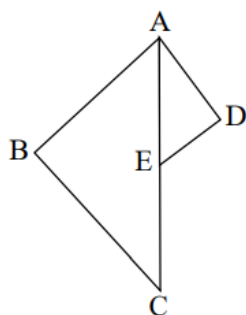
א. הוכיחו: $\triangle DBA \sim \triangle ABC$.

ב. נתון: $AB = 30$ ס"מ. היקף המשולש $\triangle ABD$

הוא 50 ס"מ. חשבו את יחס הדמיון.

ג. חשבו את אורך הקטע CD .

6.



. נתון AC חוצה הזווית $\angle BAD$, $AB \perp BC$, $AD \perp DE$.

א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ABC$.

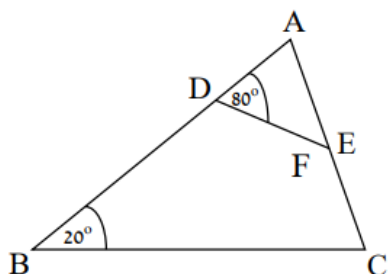
ב. נתון: E אמצע AC . היקף המשולש $\triangle ADE$ הוא 14 ס"מ.

חשבו את היקף המשולש $\triangle ABC$.

ג. (*) נתון: שטח המשולש $\triangle ABC$ הוא 80 סמ"ר.

חשבו את שטח המרובע $ABCE$.

7.



(*) הנקודות D ו-E נמצאות על צלעות המשולש $\triangle ABC$.

נתון: $DE = AE$. בפתרון הסעיפים הבאים היעזרו בנתונים שבשרטוט.

א. הוכיחו: $\triangle ADE \sim \triangle ACB$.

ב. נתון: הנקודה E היא אמצע הצלע AC , $CE = 15$ ס"מ.

$AD = 5$ ס"מ. חשבו את אורך הצלע BC .

ג. חשבו את היחס בין:

1. שטח המשולש $\triangle ADE$ לבין שטח המשולש $\triangle ACB$.

2. (*) שטח המשולש $\triangle ADE$ לבין שטח המרובע $ABCE$.

חלק ו - סטטיסטיקה :

1.

המורה למתמטיקה ערכה במהלך השנה חמישה מבחנים.
תלמיד אחד קיבל בחמשת המבחנים את הציונים הבאים: 80, 85, 75, 80, 100.
תלמיד שני קיבל בארבעת המבחנים הראשונים את הציונים הבאים: 85, 90, 95, 85. עליו להיבחן במבחן החמישי.
מהו הציון אותו צריך לקבל התלמיד על מנת שממוצע הציונים של שני התלמידים יהיה שווה?

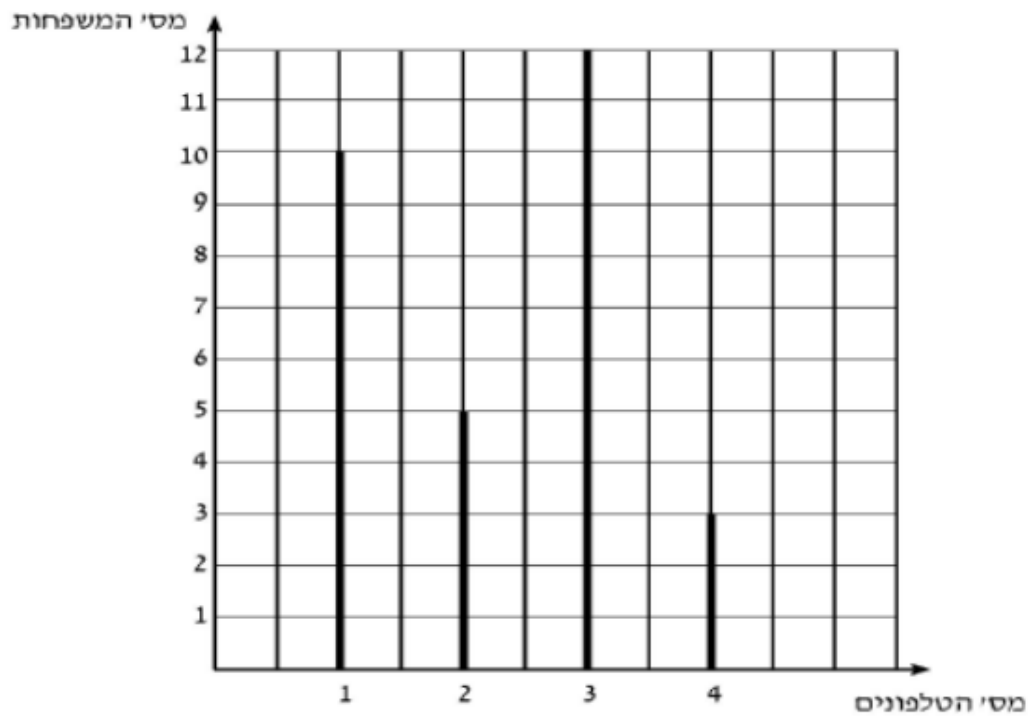
2.

במבחן שנערך התקבלו התוצאות הבאות :

הציון	6	7	8	9	10
מספר התלמידים	3	9	1	8	4

- כמה תלמידים בכיתה?
- מצאו את הממוצע.
- מהו השכיח?
- מצאו את מקום החציון ואת החציון.
- מהי השכיחות היחסית של הציון 10?
- מהי השכיחות היחסית (באחוזים) של הציון 6?
- סרטטו דיאגרמת עמודות של הנתונים.

דיאגרמת המקלות מתארת את מספר הטלפונים הסלולריים במשפחה :



- א. ארגנו את הנתונים בטבלת שכיחויות.
- ב. מצאו את החציון.
- ג. מצאו את הממוצע.
- ד. מהי השכיחות היחסית של טלפון אחד במשפחה?
- ה. מהי השכיחות היחסית (באחוזים) של 4 טלפונים במשפחה?

עבודה נעימה ☺